Revisão de Matemática – Instituto de Economia – UFRJ

Potências e Raízes – parte 1

Primeira relação

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

Ou seja: fazer duas operações de exponenciação (elevar a a, e depois elevar o resultado a b) equivale a fazer uma única operação de exponenciação com o produto dos expoentes (elevar a $a \cdot b$).

Exemplo: $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$

De fato, $(2^2)^3 = 4^3 = 64$

Atenção: $(x^a)^b \neq x^{a^b}$. No segundo caso, temos um expoente elevado a outro expoente. Por exemplo, $2^{2^3} = 2^8 = 256$.

Segunda relação

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

Ou seja, **um expoente fracionário é uma raiz**.

De forma geral: $x^{\frac{1}{a}} = \sqrt[a]{x}$.

Exemplo: $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$ (pois $2^3 = 8$).

Terceira relação

Podemos juntar as duas relações anteriores para obter:

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$$

Afinal, $x^{\frac{a}{b}} = x^{a \cdot \frac{1}{b}} = (x^a)^{\frac{1}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$.

A segunda igualdade vem da primeira relação. A terceira igualdade vem da segunda relação.
Por exemplo:

$$2^{\frac{6}{3}} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{64} = 4$$

Podemos verificar: $2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$.