Revisão de Matemática – Instituto de Economia – UFRJ

Inequações de Primeiro Grau

Definição

Forma Geral: $ax + b > 0$ ou $ax + b < 0$

É uma expressão matemática que, ao invés de uma igualdade, envolve uma desigualdade. Quanto ao seu grau, dizemos que uma inequação é de primeiro grau quando o maior expoente das variáveis é 1.

Exemplo: x > 3 é uma inequação simples, onde x é qualquer número maior que três. Ela é de primeiro grau pois a variável x está elevada a 1. Nesse caso, a é 1 ($1 \cdot x$) e b é 0.

OBS: Além dos sinais **>** e **<**, que significam **maior que** e **menor que**, respectivamente, também usamos $\geq$ e $\leq$ (**maior ou igual** e **menor ou igual**, respectivamente).

Métodos de Resolução

Isolar a variável no lado esquerdo da inequação, deixando-a sozinha. Manipular a inequação de acordo com as operações matemáticas permitidas.

OBS: Ao multiplicar ou dividir a inequação por um número negativo, devemos inverter o sinal da desigualdade.

Exemplo: -2x + 3 < 5

Isolando a variável, temos: -2x < 5 - 3 → -2x < 2.

Agora, precisamos dividir ambos os lados por -2, para encontrar o valor apenas de x. Porém, como a divisão é de um número negativo, não podemos esquecer de inverter o sinal da inequação: x > 2/-2

Portanto, o resultado final é x > -1.

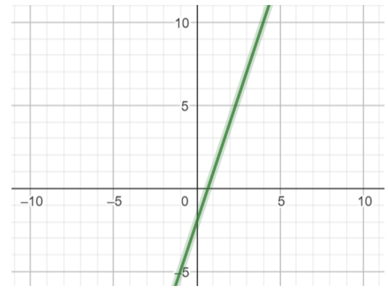
Notação do Conjunto Solução

Quando chegamos no conjunto solução, como, por exemplo, na sessão anterior, ao encontrarmos x > -1, podemos escrever: S = { x E R | x > -1} (lê-se, x existe em reais, tal que x é maior que -1).

Estudo do Sinal (onde ela é positiva ou negativa) da Função Afim

Uma função afim é a função que segue a estrutura $f(x) = ax + b$. **Podemos determinar a solução de uma inequação em um função afim, igualando a função a zero e analisando seu gráfico.**

Exemplo: Considerando a função f(x) = 3x - 2, encontre o intervalo em que 3x - 2 > 0.



Igualando a função a zero, temos: $3x - 2 = 0 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$. Isso significa que quando y for 0, x será $\frac{2}{3}$. Ou seja, o gráfico intercepta o eixo x no ponto ($\frac{2}{3}$;0).

Como f(x) tem o a (termo que acompanha x), positiva, a função é crescente (a medida que x cresce, y também cresce). Temos o seguinte gráfico:

OBS: Caso não tenha entendido esse passo, revise o tema função afim.

Portanto, no intervalo $(-\infty; \frac{2}{3})$ a função é negativa e no intervalo $(\frac{2}{3}; +\infty)$ a função é positiva. Ou seja, $3x - 2 > 0$ no intervalo $(\frac{2}{3}; +\infty)$.

Inequações Produto ou Quociente

$$(ax+b)(cx+d) < / > 0 \text{ e } \frac{ax+b}{cx+d} < / > 0$$

Para resolver inequações com essa estrutura, devemos **avaliar cada parênteses separadamente**, assim como fizemos no exercício anterior **e fazer uma tabela de sinais para encontrar a solução**.

Exemplo: Em que intervalo $(3x+2)(-2x+3) \leq 0$?

Já fizemos o estudo do sinal de 3x+2, mas agora o intervalo é fechado, pois o sinal da desigualdade é $\leq$. Portanto, a função é ≤ 0 em $(-\infty; \frac{2}{3}]$ e ≥ 0 em $[\frac{2}{3}; +\infty)$. No caso da função -2x+3, seguindo o mesmo passo a passo, vemos que é ≤ 0 em $[\frac{3}{2}; +\infty)$ e ≥ 0 em $(-\infty; \frac{3}{2}]$.

Agora, fazemos a tabela de sinais, escrevendo os valores de mudança de sinal em ordem crescente e as funções como linhas.

	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
3x+2	-	-	+	
-2x+3	+	-	-	
Solução	-	+	-	

Na solução, nós usamos a regra: positivo com positivo/negativo com negativo = positivo; positivo com negativo = negativo.

Logo, a solução para essa inequação produto é $x \leq 0$ em $(-\infty; \frac{3}{2}]$ U $[\frac{2}{3}; +\infty)$.

OBS: A mesma metodologia se aplica no caso de uma inequação quociente e em um sistema de inequações.