AULA 7 - Inferência em MQO: ICs e Testes de Hipóteses

Econometria I

Área quantitativa - IE/UFRJ

Inferência em MQO Simples

- Agora temos que $Y|X \sim N(\alpha + \beta X, \sigma^2)$
- E, em particular, o nosso objetivo será construir intervalos de confiança e realizar testes sobre β populacional.
- Começamos supondo válidas as hipóteses clássicas já enunciadas (Gauss-Markov) e a adicional hipótese vista na aula passada $u \sim N(0, \sigma^2)$.

Inferência em MQO Simples

- Vimos que como β é uma função linear de u escrevemos:

$$\hat{\beta} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum(x_i - \overline{x})^2}\right)$$

  e normalizando temos:

$$Z = \frac{\hat{\beta} - \beta}{dp(\hat{\beta})} = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sigma / \sqrt{\sum(x_i - \overline{x})^2}} \sim N(0, 1)$$

- Agora, ao assumir uma distribuição completa para u, derivamos uma distribuição completa para $\hat{\beta}$.
- Com esse passo, podemos trazer a revisão de estatística para cá:
  - Quem é β? Nunca saberemos. Mas já estudamos estimação de ponto por MQO, e suas propriedades. Agora, dado que temos a densidade de $\hat{\beta}$, poderemos estimar ICs e realizar inferência.

Inferência em MQO Simples

- Antes de começarmos, devemos lembrar que σ^2 é um parâmetro populacional provavelmente desconhecido.
- Mas já aprendemos a estimá-lo neste curso:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-2} \Rightarrow Var(\hat{\beta}|X) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum (x_i - \overline{x})^2}$$

- A principal consequencia de utilizarmos o estimador $\hat{\sigma}^2$ em lugar do parâmetro populacional σ^2 será que, ao invés de trabalhar sobre

$$Z = \frac{\hat{\beta} - \beta}{dp(\hat{\beta})} = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{\sigma} / \sqrt{\sum (x_i - \overline{x})^2}} \sim N(0,1)$$

- Teremos que usar a distribuição

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{dp}(\hat{\beta})} = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{\sigma} / \sqrt{\sum (x_i - \overline{x})^2}} \sim t_{n-2}$$

Inferência em MQO Simples: ICs

- Enfim, o importante é que agora conhecemos a distribuição de probabilidade de $\hat{\beta}$. A partir disso, vejamos então como construir ICs e realizar THs sobre β.
- Começando por estimação de ICs para β. A ideia é a mesma: ao estabelecermos $t = \frac{\hat{\beta}-\beta}{\hat{dp}(\hat{\beta})} \sim t_{n-2}$, conseguimos calcular probabilidades do tipo:

$$P\left(t_{-\alpha/2} < \frac{\hat{\beta}-\beta}{\hat{dp}(\hat{\beta})} < t_{-\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

- Basta então rearranjar os termos para encontrar:

$$P\left(\hat{\beta} - t_{-\alpha/2}\hat{dp}(\hat{\beta}) < \beta < \hat{\beta} + t_{-\alpha/2}\hat{dp}(\hat{\beta})\right) = 1-\alpha$$

Inferência em MQO Simples: ICs

- Ou seja, temos um IC de $1-\alpha$ para β:

$$\hat{\beta} \pm \hat{dp}(\hat{\beta})t_{\alpha/2}$$

- Notem que já temos todos os ingredientes para calcular este IC:
  1. Já sabemos estimar $\hat{\beta}$ e $\hat{dp}(\hat{\beta})$
  2. Escolhemos α, e assim temos os valores críticos $t_{\alpha/2}$ tabulados a partir da distribuição t_{n-2}.